

Кружок в «Хамовниках». 2017-2018 учебный год. 9 класс. Группа 9-1.
Серия 14. Чтобы узнать тему, узнайте несколько предыдущих.

1. 55 боксеров участвовали в турнире по системе «проигравший выбывает». Бои шли последовательно. Известно, что у участников каждого боя число предыдущих побед отличалось не более чем на 1. Какое наибольшее число боёв мог провести победитель турнира?

2. В правой клетке прямоугольника 1×4 сидит блоха. За один ход она может прыгать в любую соседнюю клетку. Докажите, что у неё ровно $\frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1} - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^{n+1}}{\sqrt{5}}$ маршрутов длины n .

3. Сколькими способами можно представить число n в виде суммы положительных нечётных слагаемых? (Представления, различающиеся порядком слагаемых, считаются различными.)

4. Обозначим B_n — количество способов разрезать брусок $2 \times 2 \times n$ на бруски $1 \times 1 \times 2$. Выразите B_k через B_{k-1} , B_{k-2} и B_{k-3} .

5. Археолог нашёл n золотых монет. Из старых текстов он выяснил, что одна из них всё-таки фальшивая и она легче подлинных. В распоряжении археолога есть только платные весы. Если одна чаша перевешивает другую, то археолог должен будет заплатить 1 фунт и 2 фунта в случае равновесия. При каком наибольшем n можно найти фальшивую монету, заплатив не более 10 фунтов?

6. Археолог нашёл k золотых монет. Из старых текстов он выяснил, что одна из них всё-таки фальшивая и она легче подлинных. В распоряжении археолога есть только платные весы. Если левая чаша перевесит, то надо заплатить 2 фунта, а при любом другом исходе — 1 фунт. При каком наибольшем k можно найти фальшивую монету, заплатив не более 10 фунтов?

7. Рассмотрим круглое ожерелье из 2013 бусинок, покрашенных в красный или синий цвет. Назовём раскраску *хорошей*, если среди любого куска из 21 подряд идущей бусинки есть хотя бы одна красная. Докажите, что хороших раскрасок нечётное число. (Раскраски, отличающиеся поворотом, считаем разными.)