

1. В вершинах кубика написали числа от 1 до 8, а на каждом ребре — модуль разности чисел, стоящих в его концах. Какое наименьшее количество различных чисел может быть написано на ребрах?

2. Какое наибольшее число фишек можно поставить на клетки шахматной доски так, чтобы на каждой горизонтали, вертикали и диагонали (не только на главных) находилось чётное число фишек?

3. Какое наименьшее количество клеток можно отметить в клетчатом квадрате  $100 \times 100$  так, чтобы при любом его разбиении на два прямоугольника по линиям сетки в каком-то из прямоугольников было не менее 100 отмеченных клеток?

4. Стороны правильного треугольника разбиты на  $n$  равных отрезков. Через все точки деления провели прямые, параллельные сторонам исходного треугольника. В итоге треугольник разбился на  $n^2$  маленьких треугольников-клеток. Будем говорить, что треугольники, расположенные между двумя соседними параллельными прямыми, образуют *полоску*. Какое наибольшее число клеток можно отметить, чтобы никакие две отмеченные клетки не принадлежали одной полоске ни по одному из трёх направлений, если а)  $n = 10$ ; б)  $n = 9$  ?

5. На доске выписаны числа  $1, 2, 4, \dots, 2^{2017}$ . За ход разрешается выбрать два из них, стереть и записать вместо них их полусумму. В каком порядке следует производить операции, так чтобы оставшееся в самом конце число было как можно больше?

6. На оборотных сторонах 2017 карточек написаны различные числа (на каждой по одному). За один вопрос разрешается указать на любые три карточки и узнать множество чисел, написанных на них. За какое наименьшее число вопросов можно узнать, какие числа записаны на каждой карточке?

7. У фокусника и помощника есть колода с картами; одна сторона (рубашка) у всех карт одинакова, а другая окрашена в один из 2017 цветов (в колоде по 1000000 карт каждого цвета). Фокусник и помощник собираются показать следующий фокус. Фокусник выходит из зала, а зрители выкладывают на стол в ряд  $n > 1$  карт рубашками вниз. Помощник смотрит на эти карты, а затем все, кроме одной, переворачивает рубашкой вверх, не меняя их порядка. Затем входит фокусник, смотрит на стол, указывает на одну из закрытых карт и называет её цвет. При каком наименьшем  $k$  фокусник может заранее договориться с помощником так, чтобы фокус гарантированно удался?

8. Найдите наибольшее натуральное число  $N$  такое, что для произвольной расстановки различных натуральных чисел от 1 до 400 в клетках квадратной таблицы  $20 \times 20$  найдутся два числа, стоящих в одной строке или одном столбце, разность которых будет не меньше  $N$ .

1. В вершинах кубика написали числа от 1 до 8, а на каждом ребре — модуль разности чисел, стоящих в его концах. Какое наименьшее количество различных чисел может быть написано на ребрах?

2. Какое наибольшее число фишек можно поставить на клетки шахматной доски так, чтобы на каждой горизонтали, вертикали и диагонали (не только на главных) находилось чётное число фишек?

3. Какое наименьшее количество клеток можно отметить в клетчатом квадрате  $100 \times 100$  так, чтобы при любом его разбиении на два прямоугольника по линиям сетки в каком-то из прямоугольников было не менее 100 отмеченных клеток?

4. Стороны правильного треугольника разбиты на  $n$  равных отрезков. Через все точки деления провели прямые, параллельные сторонам исходного треугольника. В итоге треугольник разбился на  $n^2$  маленьких треугольников-клеток. Будем говорить, что треугольники, расположенные между двумя соседними параллельными прямыми, образуют *полоску*. Какое наибольшее число клеток можно отметить, чтобы никакие две отмеченные клетки не принадлежали одной полоске ни по одному из трёх направлений, если а)  $n = 10$ ; б)  $n = 9$  ?

5. На доске выписаны числа  $1, 2, 4, \dots, 2^{2017}$ . За ход разрешается выбрать два из них, стереть и записать вместо них их полусумму. В каком порядке следует производить операции, так чтобы оставшееся в самом конце число было как можно больше?

6. На оборотных сторонах 2017 карточек написаны различные числа (на каждой по одному). За один вопрос разрешается указать на любые три карточки и узнать множество чисел, написанных на них. За какое наименьшее число вопросов можно узнать, какие числа записаны на каждой карточке?

7. У фокусника и помощника есть колода с картами; одна сторона (рубашка) у всех карт одинакова, а другая окрашена в один из 2017 цветов (в колоде по 1000000 карт каждого цвета). Фокусник и помощник собираются показать следующий фокус. Фокусник выходит из зала, а зрители выкладывают на стол в ряд  $n > 1$  карт рубашками вниз. Помощник смотрит на эти карты, а затем все, кроме одной, переворачивает рубашкой вверх, не меняя их порядка. Затем входит фокусник, смотрит на стол, указывает на одну из закрытых карт и называет её цвет. При каком наименьшем  $k$  фокусник может заранее договориться с помощником так, чтобы фокус гарантированно удался?

8. Найдите наибольшее натуральное число  $N$  такое, что для произвольной расстановки различных натуральных чисел от 1 до 400 в клетках квадратной таблицы  $20 \times 20$  найдутся два числа, стоящих в одной строке или одном столбце, разность которых будет не меньше  $N$ .