

Комбинаторика. Дежа вю

1. Квадрат разрезали на конечное число прямоугольников. Обязательно ли найдется отрезок, соединяющий центры (точки пересечения диагоналей) двух прямоугольников, не имеющий общих точек ни с какими другими прямоугольниками, кроме этих двух?
2. Дано 2^n всевозможных n -мерных векторов, состоящих из 1 и -1 . Некоторые числа в векторах заменили нулями. Докажите, что можно выбрать несколько получившихся векторов, сумма которых будет равна нулевому вектору.
3. На плоскости есть некоторое число полос суммарной ширины 100. Докажите, что каждую из них можно параллельно перенести так, чтобы они накрыли круг радиуса 1.
4. На плоскости взято конечное число красных и синих прямых, среди которых нет параллельных, так, что через каждую точку пересечения одноцветных прямых проходит прямая другого цвета. Докажите, что все прямые проходят через одну точку.
5. В нескольких мешках лежит ровно $\frac{n(n+1)}{2}$ монет. За один ход мы берём по одной монете из мешка, заводим новый мешок и кладём туда взятые монеты. Пустые мешки выкидываем. Докажите, что через некоторое время распределение монет по мешкам стабилизируется.