

Число сочетаний

9-11 класс

22.10.2016

1. Чему равно $C_n^0 b^n + C_n^1 a b^{n-1} + C_n^2 a^2 b^{n-2} + \dots + C_n^{n-1} a^{n-1} b + C_n^n a^n$?
2. Чему равно $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n$?
3. Чему равно $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - \dots \pm C_n^n$?
4. Докажите, что $C_n^m C_m^k = C_n^k C_{n-k}^{m-k}$
5. Докажите, что $C_p^0 C_q^m + C_p^1 C_q^{m-1} + \dots + C_p^{m-1} C_q^1 + C_p^m C_q^0 = C_{p+q}^m$
6. Докажите, что $(C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + (C_n^2)^2 + \dots + (C_n^n)^2 = C_{2n}^n$
7. Докажите, что $C_k^k + C_{k+1}^k + \dots + C_n^k = C_{n+1}^{k+1}$
8. Докажите, что каждое число в треугольнике Паскаля, уменьшенное на 1, равно сумме всех чисел, заполняющих параллелограмм, ограниченный теми правой и левой диагоналями, на пересечении которых стоит данное число (сами эти диагонали в данный параллелограмм не включаются).
9. (а) Найдите сумму $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + (n-1) \cdot n$
 (б) Найдите сумму $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$

Числа Фибоначчи — последовательность чисел:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, \dots,$$

удовлетворяющая условию $F_0 = 1, F_1 = 1, F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$.

10. Используя треугольник Паскаля докажите тождество:

$$F_n = C_n^0 + C_{n-1}^1 + C_{n-2}^2 + \dots$$