

Инвариант

7–8 класс

17.01.2017

1. На доске написаны шесть чисел: 1, 2, 3, 4, 5, 6. За один ход разрешается к любым двум из них одновременно добавлять по единице. Можно ли за несколько ходов все числа сделать равными?
2. На столе стоят 50 стаканов, из них 25 — вверх дном. Можно ли, переворачивая по два стакана, поставить все стаканы вверх дном?
3. В алфавите языка племени УЫУ всего две буквы: У и Ы, причем этот язык обладает такими свойствами: если из слова выкинуть стоящие рядом буквы УЫ, то смысл слова не изменится. Точно так же смысл слова не изменится при добавлении в любое место слова буквосочетания ЫУ или УУЫЫ. Можно ли утверждать, что слова УЫЫ и ЫУУ имеют одинаковый смысл?
4. 100 фишек выставлены в ряд. Разрешено менять местами две фишки, стоящие через одну фишку. Можно ли с помощью таких операций переставить все фишки в обратном порядке?
5. На сосне растут 8 бананов и 7 апельсинов. Если сорвать два одинаковых фрукта, то на сосне тут же вырастет один банан, а если сорвать два разных — вырастет один апельсин. Срывать фрукты по одному нельзя. В конце концов на сосне останется один фрукт. Какой?
6. На доске написаны числа 2000, 2016 и 2048. За ход разрешается заменить числа a и b на

(а) $\frac{a+2b}{3}$ и $\frac{2a+b}{3}$;

(б) $2a-b$ и $2b-a$;

(с) $\frac{a^2}{b}$ и $\frac{b^2}{a}$.

Можно ли получить таким образом числа 2015, 2016, 2017?