

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 289

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

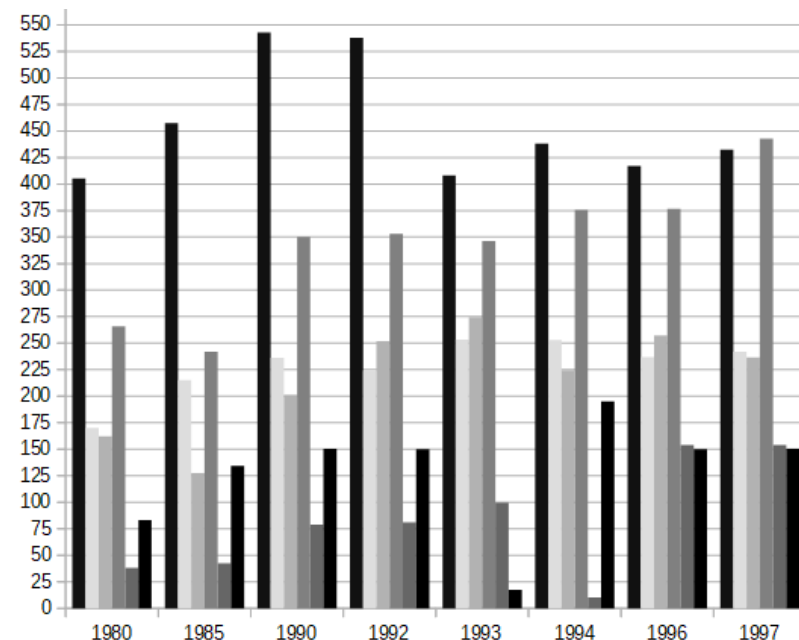
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. Сколько литров воды надо добавить к 1 литру 96%-го раствора некоторого вещества, чтобы получить 40% раствор этого вещества?

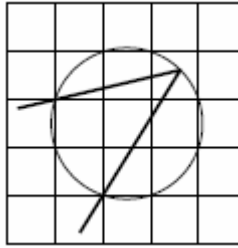
Ответ: _____.

2. На графике по оси ординат указано количество тысяч тонн алюминия, полученного из вторсырья за соответствующий год (по оси абсцисс), в году каждый столбик соответствует своей стране (слева направо): Германия, Франция, Великобритания, Италия, Испания, Нидерланды. Определите по графику, в скольких странах любители пива настолько добросовестно сдают из-под него банки, что количество перерабатываемого алюминия сохраняется на уровне выше 100 тысяч тонн в течение всего представленного на графике периода.



Ответ: _____.

3. На клетчатой бумаге изображён угол. Найдите его величину.
 Ответ выразите в градусах.



Ответ: _____.

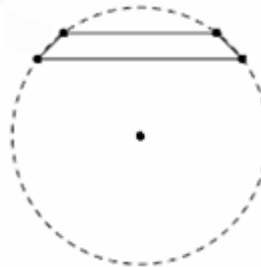
4. Главный вход в здание Российского заборостроительного университета имеет несколько дверей. С целью подчеркнуть важность и незаменимость своей работы, сотрудники частного охранного предприятия (ЧОП), дежурящие в университете, ежедневно запирают часть из дверей, делая это в случайном порядке и не вешая никаких объявлений. Согласно статистике, собранной сотрудниками ЧОП, в закрытые двери ломится 90% докторов наук, 60% кандидатов наук, 20% студентов и 50% остальных посетителей. Известно, что среди всех людей, входящих в здание, студентов - 80%, кандидатов наук - 5%, докторов наук - 1%. Какова вероятность того, что человек, входящий в здание университета, выберет незапертую дверь?

Ответ: _____.

5. Решите уравнение $\log_3(x^2 - 12) = \log_3(-x)$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Ответ: _____.

6. Основания равнобедренной трапеции равны 6 и 8, а радиус описанной вокруг неё окружности равен 5. Центр окружности лежит вне трапеции. Найдите высоту трапеции.



Ответ: _____.

7. Функция задана графиком, изображенном на рисунке 1. Один из графиков, изображенных на рисунке 2 является графиком ее производной. Какой это график? В ответе укажите его номер.

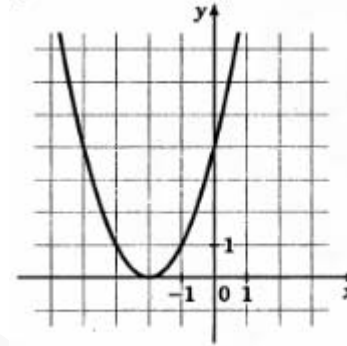


рис. 1

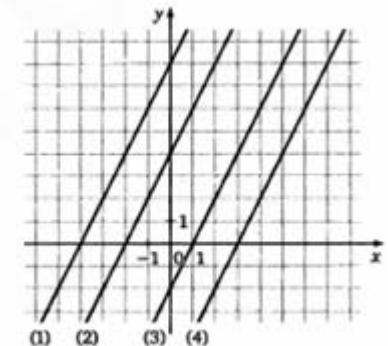


рис. 2

Ответ: _____.

8. Дан параллелепипед $ABCA_1B_1C_1D_1$, в основании которого лежит прямоугольник $ABCD$, $AB=45$, $BC=24$. Найдите расстояние от точки A_1 до прямой CC_1 , если высота параллелепипеда равна 20, а боковое ребро равно 34

Ответ: _____.

Часть 2

9. Найдите значение выражения $6\sqrt{6} \cdot \sin \frac{7\pi}{4} \cdot \sin \frac{7\pi}{3}$

Ответ: _____.

10. Расстояние h , пройденное свободно падающим телом, вычисляется по формуле:

$$h = \frac{gt^2}{2}, \text{ где } g = 10 \text{ м/с}^2 \text{ (ускорение свободного падения), } t \text{ – время в секундах.}$$

Какое расстояние свободно падающее тело пройдёт за третью секунду своего падения? Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

11. В двух сосудах равного объёма находятся растворы соли с концентрацией 21% и 34% соответственно. Из каждого сосуда взяли по 1 л раствора и взятое из первого сосуда вылили во второй, а взятое из второго – в первый, после чего концентрации растворов стали равны. Сколько литров раствора было в первом сосуде?

Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = \log_3 x \cdot \log_3 \frac{9}{x} + 1$ на отрезке $[1; 9]$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $256^{\sin x \cdot \cos x} - 18 \cdot 16^{\sin x \cdot \cos x} + 32 = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{9\pi}{2}; 6\pi\right]$

14. В основании пирамиды SABCD лежит квадрат ABCD со стороной 2. Боковое ребро SA перпендикулярно основанию и равно 1. Точка F – середина AB.

а) Найдите угол между прямыми SF и AC

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точку F параллельно прямым BD и SC.

15. Решите неравенство $2\sqrt{\log_2(-x)} < \log_2 \sqrt{x^2} - 3$

16. В треугольнике ABC биссектриса угла B пересекает описанную окружность этого треугольника в точке F. E – центр окружности, касающейся стороны AC и продолжений сторон AB и BC (внеписанная окружность). O – центр вписанной окружности треугольника ABC.

а) Докажите, что отрезки AF и OF равны

б) Найдите длину отрезка CF, если OE = 14.

17. Всеволод и Александра в один день открыли в банке по вкладу с возможностью частичного снятия средств. Размер каждого вклада составил 1 000 000 рублей. В конце очередного месяца банк увеличивает размер вклада на некоторую фиксированную сумму, но только в том случае, если клиент в течение данного месяца не снимал деньги со счета. Всеволод попал под условия бонусной акции, поэтому его ежемесячная прибавка оказалась выше, чем у Александры. Некоторое время наши герои не обращались в банк. Но когда вклад Всеволода достиг суммы 1 200 000 рублей, он каждый месяц с марта по август 2019 года снимал со счета по 25 000 рублей, а вклад Александры продолжал ежемесячно расти. При этом в конце июля 2019 года суммы на вкладах наших героев оказались одинаковыми, а спустя некоторое время сравнялись повторно. Определите размер вкладов Всеволода и Александры, когда они сравняются повторно, если после августа 2019 года наши герои не будут снимать деньги со счетов?

(Условие задачи предложено Дмитрием Свераком sverak_fm)

18. Найдите все значения параметра a при которых уравнение

$$(\sin x - a)(\operatorname{tg} x - a) = 0$$

имеет единственное решение на интервале $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right)$

19. На сайте школы идет голосование на звание «Лучший ученик года», где каждый посетитель голосует только за одного из претендентов. Рейтинг каждого претендента (доля голосов, отданных за него) выражается в процентах, округленных до целого числа. Например, числа 9,3; 17,5 и 19,9 округляются до 9; 18 и 20 соответственно.

а) Всего проголосовало 13 посетителей сайта. Мог ли рейтинг одного из претендентов равняться 41?

б) Пусть претендентов четверо. Могла ли сумма рейтингов быть больше 100?

в) На сайте отображалось, что рейтинг некоторого претендента равнялся 5. Это число не изменилось и после того, как Игорь проголосовал за него. При каком наименьшем числе отданных за всех претендентов голосов, включая Игоря, такое возможно?